

پروژه درس کنترل پیشرفته

علی صافی

شماره دانشجویی : ۹۷۷۴۴۴۹۳

استاد درس : دکتر مرتضی منتظری

موضوع: کنترل و پیاده‌سازی مباحث درس بر روی کوادکوپتر

کوادکوپتر مورد بررسی قرار گرفته شده دارای معادلات غیر خطی می‌باشد که پس از استخراج معادلات و خطی سازی آنها، به بررسی کنترل پذیری، رویت پذیری، پایداری، طراحی کنترل کننده فیدبک، طراحی رویت گر و غیره پرداخته می‌شود. همچنین در ادامه سعی بر آن است که کنترل کننده‌های بهینه برای سیستم طراحی شوند. در انتها، شبیه سازی بر روی حالات مختلف از سیستم صورت گرفته و رفتار سیستم ارزیابی شده است.

پیش گفتار :

در پروژه انجام شده سعی شد مطالب مهم درس کنترل پیشرفته بررسی شود. تمامی شبیه سازی ها در کنار پروژه قرار داده شده است. برای اجرای شبیه سازی کافی است فایل run.m اجرا شود. کد های مربوط به سیستم خطی سازی شده، رویت پذیری، کنترل پذیری، ماتریس های زمان گسسته، طراحی کنترل کننده بهینه و طراحی تخمین زننده بهینه در فایل data.m آورده شده است. برای تغییر در مسیر (trajectory) شبیه سازی شده، لازم است فایل Trajectory.m تغییر یابد. در این فایل به صورت پیش فرض، ۴ مسیر قرار داده شده است. فایل های سیمولینک به صورت مستقل نیز قابل اجرا هستند.

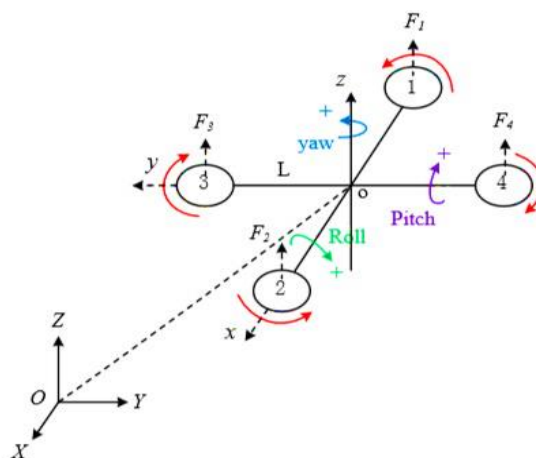
مقدمه :

کواد کوپتر یکی از انواع وسایل پهپاد است. کواد کوپترها زیر مجموعه دسته مالتی روتورها هستند که به دلیل کمک گرفتن از چهار پروانه برای نیروی پیشران، به عنوان کواد (چهار) کوپتر نامیده میشوند. کواد کوپترها به دلیل داشتن قدرت مانور فوقالعاده و پروازهایی با تعادل بالا از کاربردهای بسیار گسترده برخوردارند در سالهای اخیر توجه شرکتها، دانشگاهها و مراکز تحقیقاتی بیش از پیش به این نوع از پهپادها جلب شده است و لذا روزانه پیشرفت چشم گیری در امکانات و پرواز این نوع از پرندهها مشاهده میکنیم. کواد کوپترها در زمینههای تحقیقاتی، نظامی، تصویر برداری و تفریحی از کاربرد بالا و روزافزونی برخوردارند .

امروزه یکی از تفریحات پر طرفدار کواد کوپترهای تفریحی و حرفهای تصویر برداری میباشد که از جذابیت بسیار بالایی برخوردار بوده و بازار بزرگی از محصولات رادیو کنترلی را در جهان به خود اختصاص داده است. کواد کوپترها همانند انواع دیگر وسایل پرنده از ایجاد اختلاف فشار در اتمسفر پیرامون خود برای بلند شدن و حرکت در هوا استفاده می نمایند. کواد کوپترها با بهرهگیری از چهار موتور و پره مجزا و چرخش دو به دو معکوس این موتورها نیروی گشتاورهای ایجاد شده را خنثی میکنند و همچنین اختلاف فشار لازم جهت ایجاد نیروی برآ را تأمین میکنند. نحوه ایجاد فرامین کنترلی در کواد کوپترها به این صورت است که، برای تغییر ارتفاع از کم یا زیاد کردن سرعت چرخش همه موتورها استفاده میشود و باعث کمتر یا زیاد تر شدن اختلاف فشار بوجود آمده میشود. برای چرخش کواد کوپتر به دور خود و به صورت درجا، دو پره هم جهت با سرعت کمتر و دو پره هم جهت دیگر با سرعت بیشتر میچرخند و نیروی گشتاور به یک سمت ایجاد میشود و اختلاف فشار همانند قبل است (زیرا دو پره با سرعت کمتر و دو پره دیگر به همان نسبت با سرعت بیشتر میچرخند) لذا کواد کوپتر در ارتفاع ثابت به دور خود میچرخد. برای حرکت کواد کوپترها در جهتهای مختلف (عقب، جلو، چپ و راست) توسط کم و زیاد کردن سرعت موتورها کواد کوپتر را از حالت افقی خارج کرده و باعث حرکت آن می شوند. تمامی این فرامین توسط برد کنترلر ایجاد میشود که این برد از المانهایی جهت تشخیص زاویه و موقعیت کواد و قطعات پردازنده تشکیل شده است. این قطعات نظیر جایرو، شتاب سنج، قطب نما و میکرو پروسورها هستند.

مدل سازی :

به منظور استخراج معادلات سیستم، از چندین مقاله استفاده شده است که همه مقالات پیوست شده اند.



شکل مدل کوادکوپتر در نظر گرفته شده

با توجه به شکل معادلات دینامیکی حاکم بر کوادکوپتر را می توانیم به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$M\ddot{Z} = \sum_{i=1}^4 F_i (\cos \varphi \sin \theta) - Mg$$

$$M\ddot{X} = \sum_{i=1}^4 F_i (\cos \varphi \cos \psi \sin \theta + \sin \varphi \sin \psi)$$

$$M\ddot{Y} = \sum_{i=1}^4 F_i (\cos \varphi \sin \psi \sin \theta - \sin \varphi \cos \psi)$$

$$J_{\varphi} \ddot{\varphi} = (F_3 - F_4) L$$

$$J_{\theta} \ddot{\theta} = (F_1 - F_2) L$$

$$J_{\psi} \ddot{\psi} = (F_1 + F_2 - F_3 - F_4) \rho$$

که در آن \$F\$ نیروی پیش رانش است و از رابطه درگ¹ بدست می آید.

$$F_i = K_f \omega_i^2$$

$$K_f \rho = K_m$$

¹ Drag

در نتیجه با بازنویسی معادلات خواهیم داشت:

$$M\ddot{Z} = \sum_{i=1}^4 K_f \omega_i^2 (\cos \varphi \sin \theta) - Mg$$

$$M\ddot{X} = \sum_{i=1}^4 K_f \omega_i^2 (\cos \varphi \cos \psi \sin \theta + \sin \varphi \sin \psi)$$

$$M\ddot{Y} = \sum_{i=1}^4 K_f \omega_i^2 (\cos \varphi \sin \psi \sin \theta - \sin \varphi \cos \psi)$$

$$J_\varphi \ddot{\varphi} = K_f L (\omega_3^2 - \omega_4^2)$$

$$J_\theta \ddot{\theta} = K_f L (\omega_1^2 - \omega_2^2)$$

$$J_\psi \ddot{\psi} = K_m (\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2)$$

به منظور ساده تر شدن معادلات، ورودی های خود را به شکل زیر در نظر میگیریم:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 \\ \omega_3^2 - \omega_4^2 \\ \omega_1^2 - \omega_2^2 \\ \omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2 \end{bmatrix}$$

همچنین با در نظر گرفتن ماتریس تبدیل T به صورت زیر، میتوانیم مقادیر u را به راحتی بر حسب سرعت زاویه ای هر موتور و بلعکس تبدیل کرد.

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow T \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 \\ \omega_3^2 - \omega_4^2 \\ \omega_1^2 - \omega_2^2 \\ \omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} = T^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

خطی سازی معادلات:

حال معادلات بدست آمده را حول نقاط تعادل زیر خطی سازی می کنیم.

$$z_0=0 \quad \dot{z}_0=0 \quad x_0=0 \quad \dot{x}_0=0$$

$$y_0=0 \quad \dot{y}_0=0 \quad \theta_0=0 \quad \dot{\theta}_0=0$$

$$\psi_0=0 \quad \dot{\psi}_0=0 \quad \varphi_0=0 \quad \dot{\varphi}_0=0$$

$$u_1 = Mg / K_f$$

توجه شود که در اینجا مقدار u_1 با متغیر با زمان است، ولی از آنجایی که u_1 مجموع سرعت زاویه ای هر چهار پروانه است و کوادکوپتر باید در حالت تعادل نیرویی معادل نیروی جاذبه وارد کند، در نتیجه مقدار u_1 حول نقطه تعادل زیر در گرفته می شود.

معادلات خطی سازی شده به شکل زیر می باشند:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \ddot{z} \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_f u_1}{M} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-K_f u_1}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \\ x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_f}{M} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{LK_f}{J_\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_m}{J_\psi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{LK_f}{J_\phi} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

با در نظر گرفتن سنسورهای موجود بر روی زوایای θ, ψ, ϕ و همچنین مطلع بودن از موقیت کوادکوپتر می توانیم ماتریس C به شکل زیر در نظر بگیریم:

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \\ x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}$$

توجه شود که برای کنترل موقیت کوادکوپتر باید از موقیت آن در جهات x, y, z مطلع باشیم، در غیر این صورت سیستم رویت پذیر نخواهد بود، برای اثبات این قضیه می توان از ماتریس رویت پذیری استفاده کرد.

مقداردهی :

مقادیر جدول زیر برای روابط بالا در نظر گرفته شده است. مقدار های داده شده، بر اساس مدل واقعی هستند.

$K_f = 8.182 \times 10^{-7}$	$J_\psi = 2.56 \times 10^{-2}$
$K_m = 1.61 \times 10^{-8}$	$L = 0.225$
$J_\theta = 1.4 \times 10^{-2}$	$M = 1.4$
$J_\phi = 1.4 \times 10^{-2}$	$g = 9.81$

کنترل پذیری :

روش اول: تبدیل به فرم کانونیکال جردن

$$A' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0058 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1315 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1315 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0063 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$$

مشاهده می شود به ازای سطر آخر هر بلوک جردن، ضریبی برای کنترل کننده وجود دارد. در نتیجه سیستم کنترل پذیر است.

روش دوم : تشکیل ماتریس کنترل پذیری و محاسبه رنک آن

در کد های نوشته شده از این روش استفاده شده است. رنک ماتریس کنترل پذیری ۱۲ بوده است، در نتیجه سیستم کنترل پذیر است.

رویت پذیری :

روش اول : تبدیل به فرم کانونیکال جردن

$$A' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9.81 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.81 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

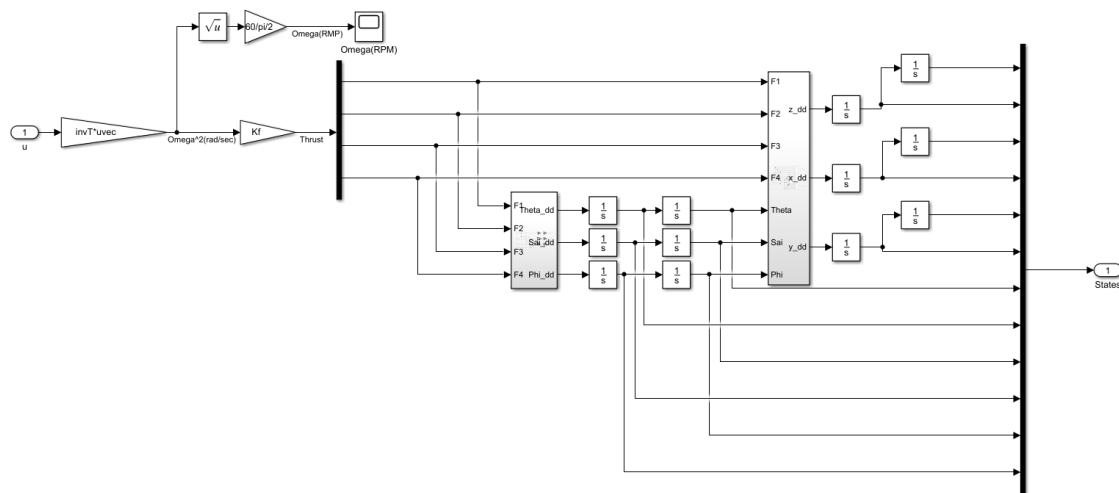
مشاهده می شود به ازای ستون اول هر بلوک جردن، ضریبی برای ماتریس C' وجود دارد. در نتیجه سیستم مشاهده پذیر است.

روش دوم : تشکیل ماتریس کنترل پذیری و محاسبه رنک آن

در کد های نوشته شده از این روش استفاده شده است. رنک ماتریس مشاهده پذیری ۱۲ بوده است، در نتیجه سیستم رویت پذیر است.

شبیه سازی :

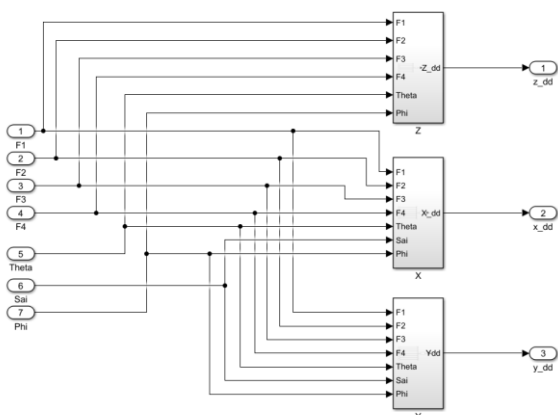
برای شبیه سازی از نرم افزار سیمولینک استفاده شده است، که ابتدا همه ی معادلات در زیر سیستم ها وارد شده اند و سپس روابط بین این زیرسیستم ها با یک دیگر مشخص شده است. شکل زیر نمایانگر مدل غیر خطی سیستم می باشد:



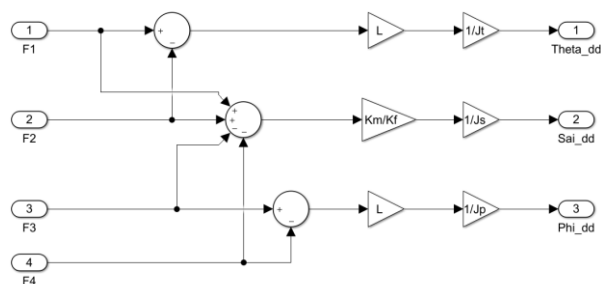
مدل غیر خطی کواد کوپتر

همان طور که در شکل مشاهده می شود، ابتدا ورودی Plant در ماتریس تبدیل معکوس (T^{-1}) ضرب می شود که در نتیجه آن سرعت زاویه ای پروانه ها به نمای ۲ ظاهر می شود. با ضرب کردن این سیگنال در ضریب رانش مقدار نیروی پیش رانش ظاهر می شود که این نیرو وارد معادلات غیر خطی سیستم می شود.

معادلات غیر خطی سیستم در زیر سیستم های مجزا شبیه سازی شده اند، که در شکل ها زیر مشاهده می شوند.

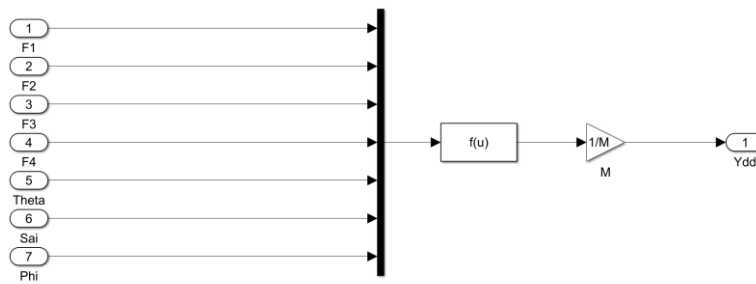


زیر سیستم شتاب در سه جهت X ، Y و Z



زیر سیستم شتاب زاویه ای در جهات θ ، ψ ، φ

همانطور که مشاهده می شود، شتاب زاویه ای در جهات مختلف مستقل از موقیت مکانی کواد کوپتر است، در صورتی که معادلات حرکت در جهات X ، Y ، Z به زاویه ها وابسته می باشد. روابط غیر خطی مربوط به حرکت در جهات X ، Y ، Z در زیر سیستم های مربوط به هر جهت همانند شکل زیر وارد شده است.



نمونه‌ای از زیر سیستم حرکت

پایداری:

به منظور بررسی پایداری سیستم، ابتدا قطب های سیستم از روی مدل خطی بدست آمد و مشاهده شد سیستم ۱۲ قطب بر روی صفر دارد که همین موضوع سیستم را ناپایدار می کند.

طراحی کنترل کننده:

برای طراحی کنترل کننده، ابتدا سعی بر آن شد که قطب های مورد نظر انتخاب شوند و سپس بنا بر قطب های انتخابی، کنترل کننده طراحی شود، ولی به دلیل غیر خطی بودن سیستم، این عمل موفقیت آمیز نبود زیرا قطب های انتخاب شده پایه و اساسی نداشته اند، در نتیجه مستقیم به سراغ کنترل کننده بهینه می رویم. برای طراحی کنترل کننده بهینه از فرمول ریکاتی به کمک نرم افزار متلب استفاده شد. و سعی بر آن شد که مقدار تابع هزینه زیر برآورده شود.

$$J = \int_0^{\infty} [x^T Q x + u^T R u] dt$$

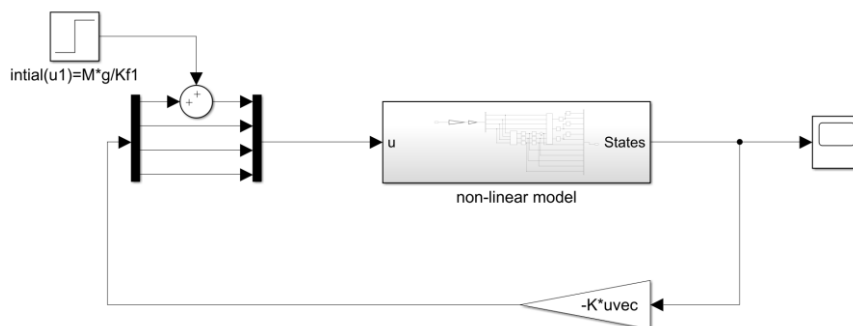
که در آن ماتریس Q و R به ترتیب ماتریس های متقارن ۱۲*۱۲ و ۴*۴ می باشند.

نکته: ماتریس Q و R ابتدا ماتریس های همانی در نظر گرفته شدند و پس از بدست آمدن ماتریس K، در صورت عدم پایداری سیستم مقدار R کاهش و مقدار Q افزایش یافت، تا در نهایت مقدار K بهینه که باعث پایداری سیستم می شود، یافت شد، این عمل به معنای آن است که ورودی بیشتری به سیستم داده ایم و در عوض تقاضای پاسخ سریع تر کرده ایم. در آخر با تغییرات اندک در ماتریس های Q و R، پاسخ مطلوب سیستم بدست آمد.

$$Q = \begin{bmatrix} 0.0100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0010 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0010 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0010 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0000 & 0 \end{bmatrix} \times 10^5$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.0100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

سیستم کنترلی را می توان در شکل زیر مشاهده کرد. (فرض شده است پروانه ها روشن شده اند و بر نیروی جاذبه غلبه کرده اند، به همین دلیل در این جا نیز همانند فرضی که در خطی سازی شده است، مقدار u_1 اولیه وارد شده است.)

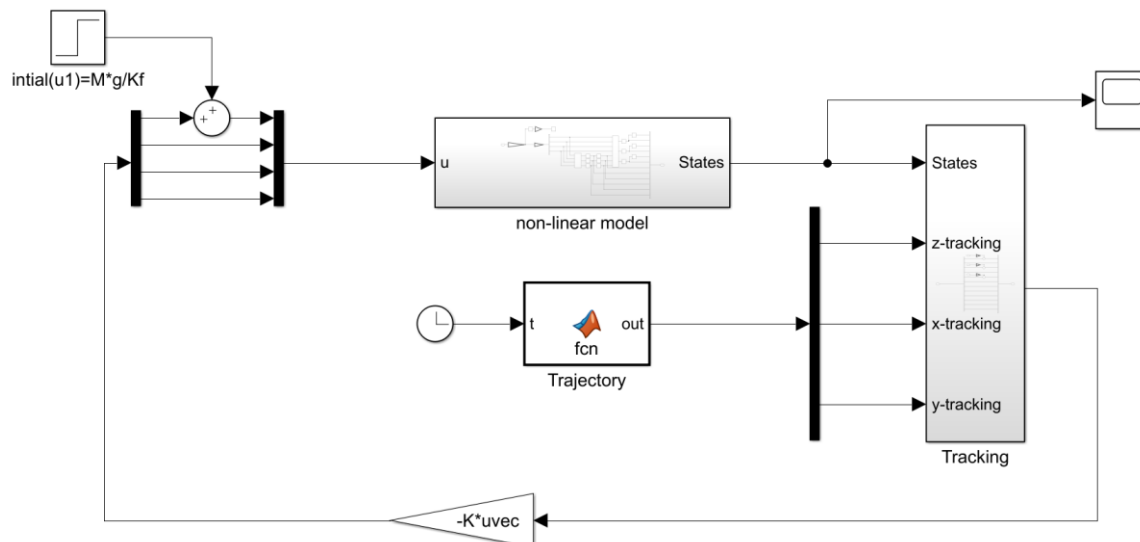


سیستم کنترلی بهینه است (LQR)

$$K = \begin{bmatrix} 3.1623 & 3.4383 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0000 & 0.0000 & -0.1000 & -0.2778 & -0.0000 & -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 3.7362 & 0.7538 \\ 0 & 0 & 0.1000 & 0.2778 & 0.0000 & 0.0000 & 3.7362 & 0.7538 & -0.0000 & -0.0000 & -0.0000 & -0.0000 \\ 0 & 0 & -0.0000 & -0.0000 & -0.0000 & -0.0000 & -0.0000 & -0.0000 & 3.1623 & 3.1712 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} \times 10^6$$

ردیابی:

به منظور مشاهده پاسخ سیستم به عمل ردیابی، مقدار مطلوب مکان ها در سیگنال خطا وارد شده اند، که در نتیجه ی آن سیستم شروع به کاهش خطا و در نتیجه عمل ردیابی می کند. این سیستم را می توان در شکل زیر مشاهده کرد:

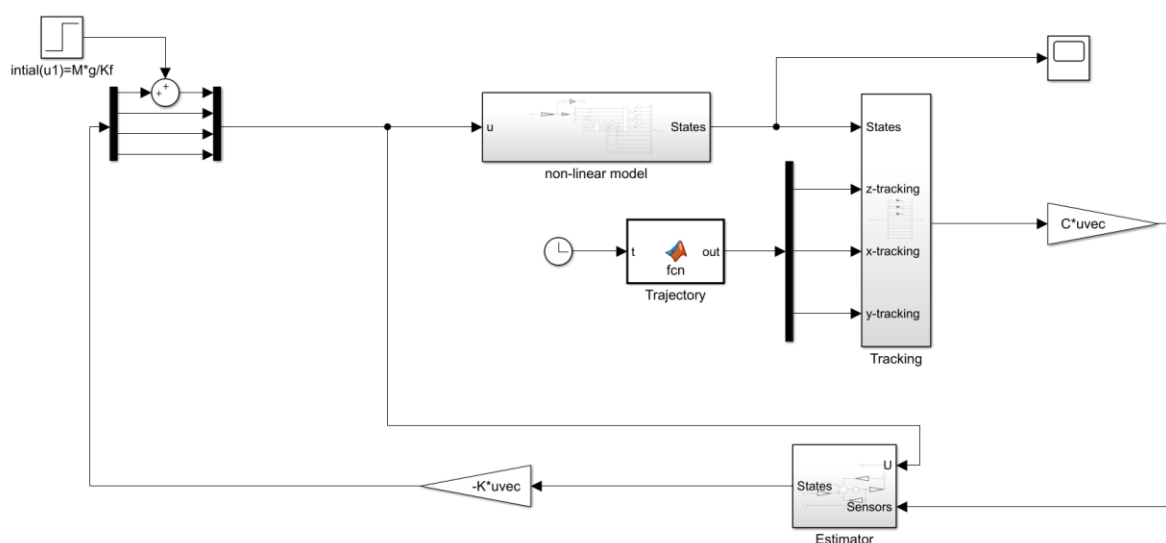


سیستم کنترلی بهینه با فیدبک حالت

نتایج مربوط به این سیستم در قسمت نتایج آمده است.

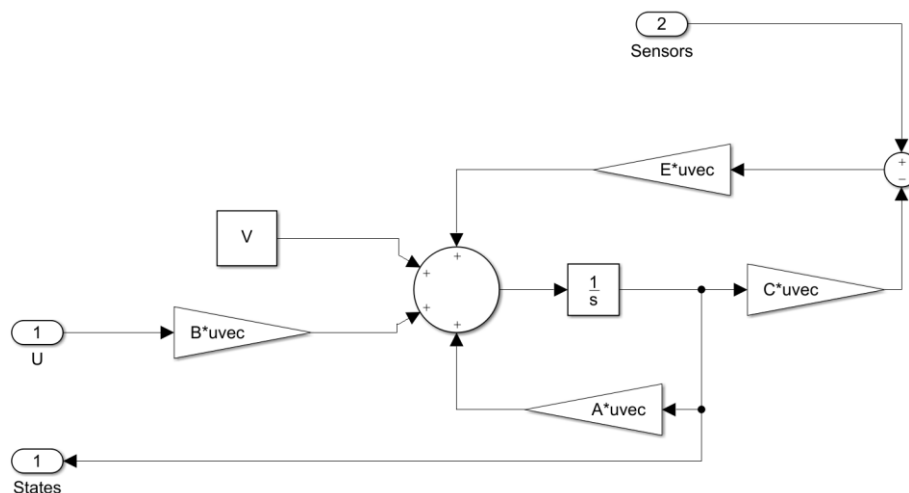
طراحی تخمین زننده متغیرهای حالت:

از آنجا که در سیستم واقعی، تعداد سینسورها محدود است و همه ی متغیرهای حالت قابل اندازه نیستند، به طراحی تخمین زننده پرداخته می شود. برای طراحی تخمین زننده بهینه، همانند طراحی کنترل کننده رفتار می شود و از قضیه دوگان استفاده می شود. در شکل زیر، سیستم کنترلی بهینه، همراه با تخمین زننده بهینه مشاهده می شود.



سیستم کنترلی بهینه به همراه تخمین متغیرهای حالت

در شکل زیر، زیر سیستم مربوط به تخمین زننده بهینه آورده شده است که در آن ماتریس E ماتریس رویتگر بهینه است و همچنین یک ماتریس ۱۲×۶ می باشد. بردار V نیز همان بردار حاوی شتاب گرانش می باشد که در معادلات خطی سازی شده مشاده می شود.

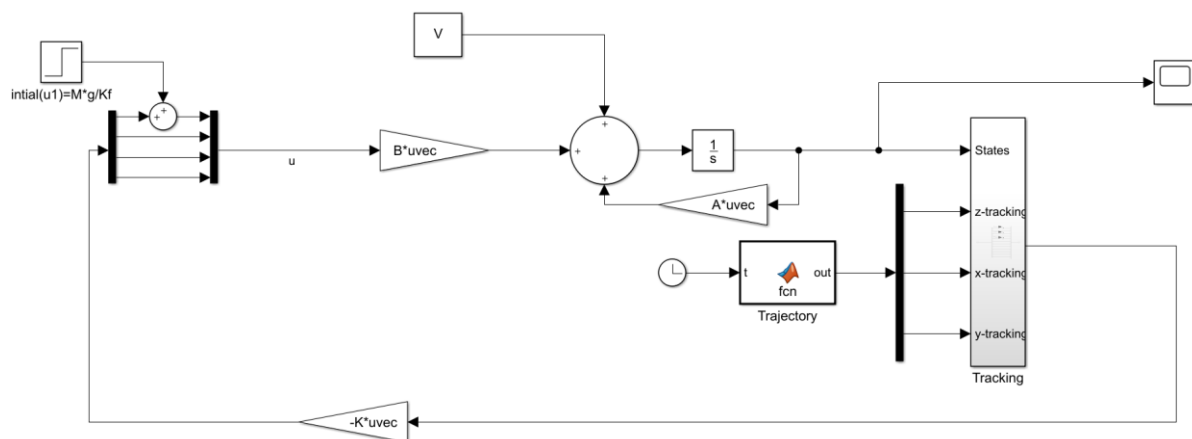


تخمین زننده ی بهینه

مقدار ماتریس E که از فرمول دوگان ریگاتی بدست آمده است:

$$E = \begin{bmatrix} 0.0129 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0827 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0014 & 0 & 0.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0010 & 0 & 0.0098 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0014 & 0 & 0 & -0.0000 \\ 0 & 0 & 0.0010 & 0 & 0 & -0.0098 \\ 0 & 0.0000 & 0 & 0.1084 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0001 & 0 & 5.8807 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0002 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0000 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0000 & 0 & 0 & 0.1084 \\ 0 & 0 & 0.0001 & 0 & -0.0000 & 5.8807 \end{bmatrix} \times 10^3$$

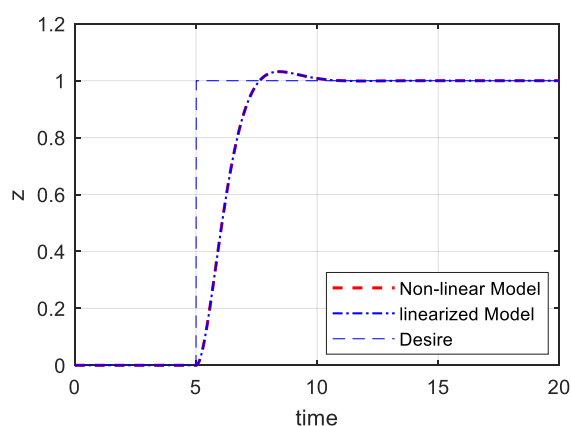
در شکل زیر به جای سیستم غیر خطی، سیستم خطی سازی شده قرار داده شده است. تنها دلیل این کار، مقایسه سیستم خطی سازی شده با سیستم غیر خطی بوده است. که در قسمت نتایج، این مقایسه صورت گرفته است.



سیستم خطی سازی شده با فیدبک حالت بهینه

نتایج:

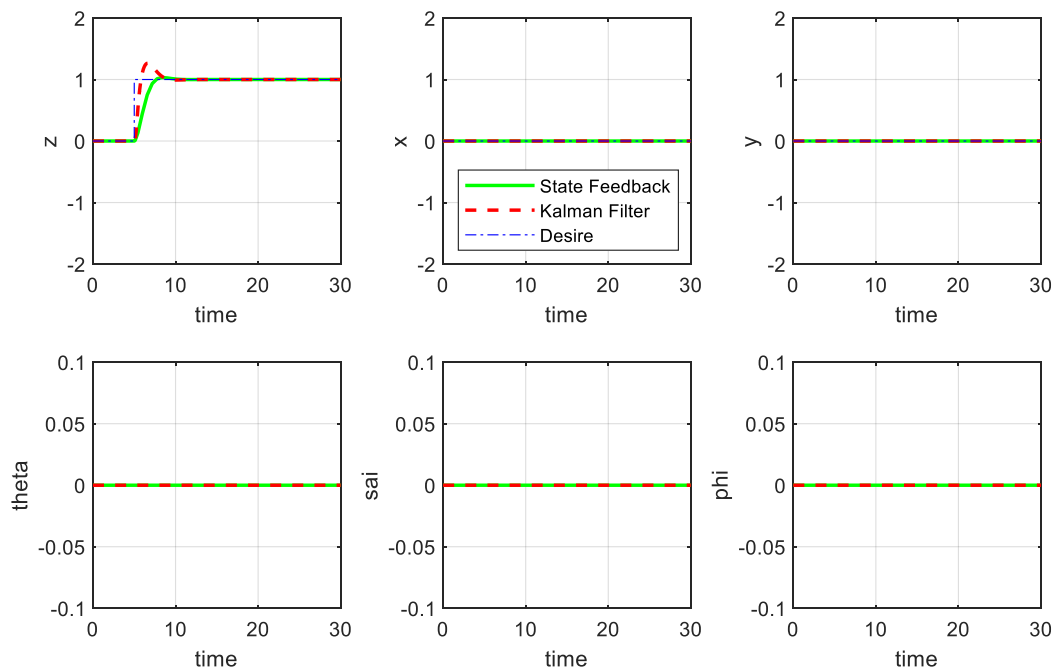
در ابتدا پاسخ سیستم غیر خطی و خطی سازی شده با فیدبک حالت به پاسخ پله بر روی Z (ارتفاع) مقایسه شده است که نتایج مربوط به آن در شکل زیر مشاهده می شود.



مقایسه پاسخ سیستم غیر خطی و خطی سازی شده

همانطور که مشاهده می شود، سیستم خطی سازی شده با تقریب خوبی معادل با سیستم غیر خطی می باشد ولی برای دقت بیشتر از سیستم غیر خطی برای شبیه سازی ها استفاده شده است.

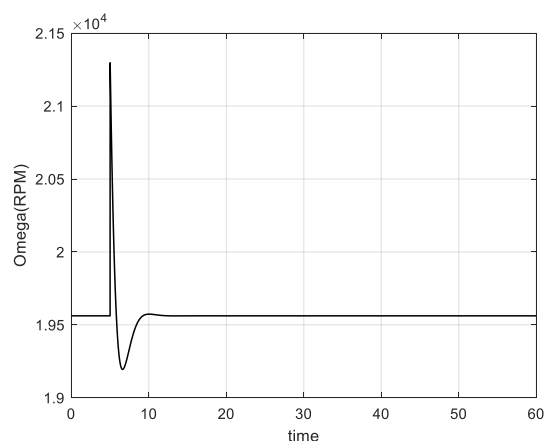
در شکل زیر پاسخ سیستم به ازای ورودی پله بر روی Z برای دو حالت کنترل کننده بهینه و کنترل کننده بهینه به همراه تخمین زننده آمده است و مقادیر اندازه گیری شده توسط سنسور ها همایش داده شده است.



ورودی پله بر روی Z

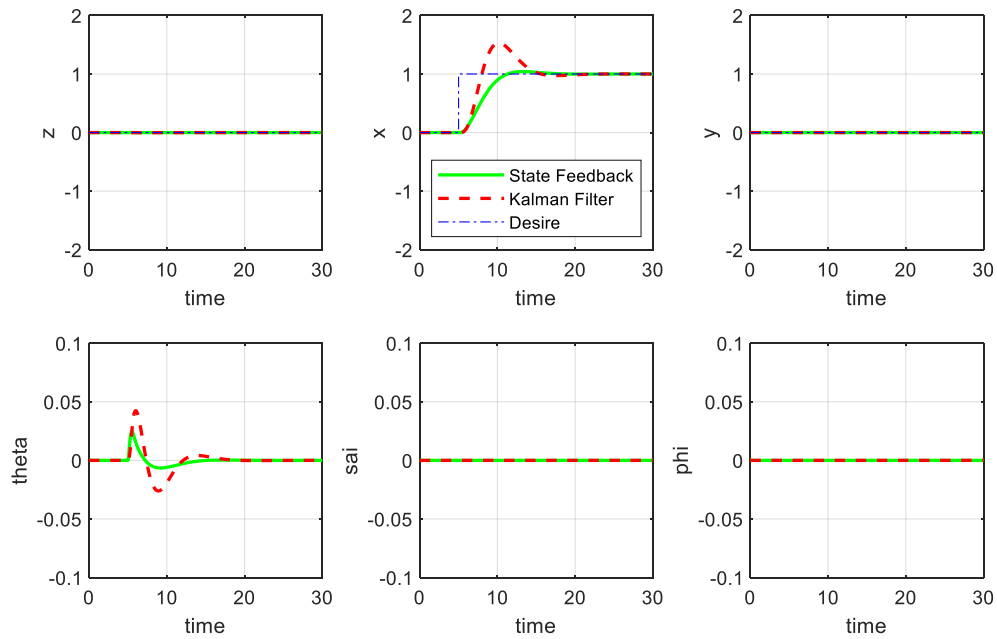
همان طور که مشاهده می شود، کنترل کننده فیدبک حالت نتیجه‌ی بهتری دارد، یکی از دلایل این اتفاق، تنظیم نبودن ضرایب ماتریس تخمین زننده می باشد و دلیل دیگر آن می تواند اختلاف بین سیستم خطی استفاده شده در تخمین زننده و سیستم غیر خطی است.

در شکل زیر عمل کنترلی بر روی سرعت زاویه ای یکی از موتور (پس از تبدیل u به ω) بر حسب دور بر دقیقه آمده است. همانطور که دیده می شود سرعت زاویه ای حدود ۲۰۰۰۰ دور بر دقیقه می باشد. سرعت زاویه ای موتورهای کوادکوپترها معمولاً بین ۱۰۳۵۰ تا ۴۱۴۰۰ دور بر دقیقه می باشد، که این نمایانگر شبیه سازی نسبتاً خوبی است.



سرعت زاویه هر پروانه به ازای ورودی پله بر روی Z

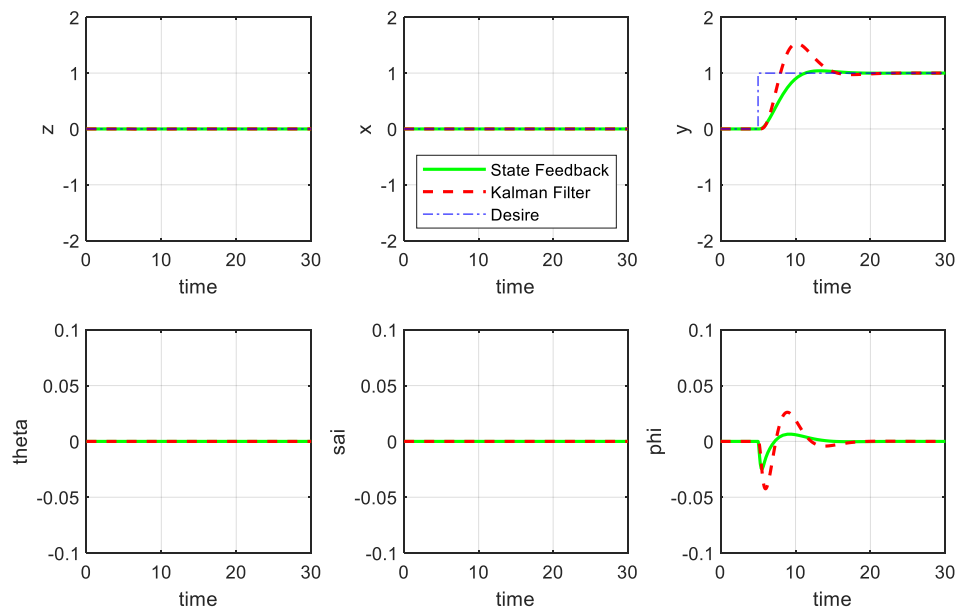
در شکل زیر پاسخ سیستم به ازای ورودی پله بر روی X آورده شده است:



ورودی پله بر روی X

همانطور که مشاهده می شود، برای حرکت در راستای X نیاز است، کوادکوپتر در جهت θ تغییر زاویه دهد که به خوبی در شکل مشاهده می شود. البته این امر باعث افت ارتفاع به مقدار بسیار کمی نیز می شود که اگر در نمودار Z بزرگنمایی انجام دهیم، این افت ارتفاع مشاهده می شود.

در شکل زیر پاسخ سیستم به ازای ورودی پله بر روی Y آورده شده است:



ورودی پله بر روی Y

در این شکل نیز رفتاری همانند حرکت در جهت x مشاهده می شود، با این تفاوت که برای حرکت در راستای y کوادکوپتر باید در جهت φ تغییر زاویه دهد.

دنبال کردن مسیر منحنی شکل (tracking):

برای بررسی پاسخ سیستم بر روی ورودی مسیر منحنی شکل، منحنی متغیر با زمان به معادلات زیر در نظر گرفته شده است:

$$x = \alpha_1 \cos(\Omega_1 t) - 1$$

$$\alpha_1 = 1$$

$$\Omega_1 = 1/50$$

$$y = \alpha_2 \sin(\Omega_2 t)$$

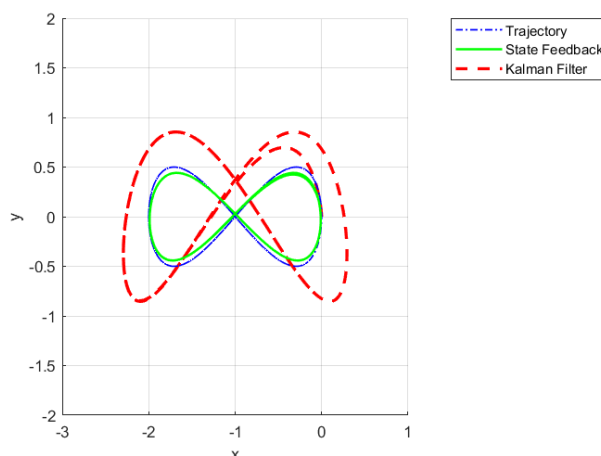
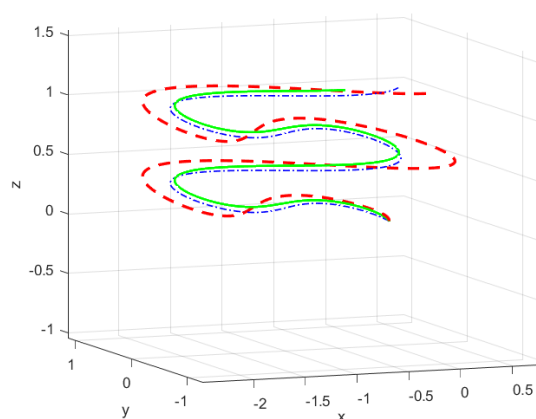
$$\alpha_2 = 1/2$$

$$\Omega_2 = 2/50$$

$$z = \alpha_3 t$$

$$\alpha_3 = 1/50$$

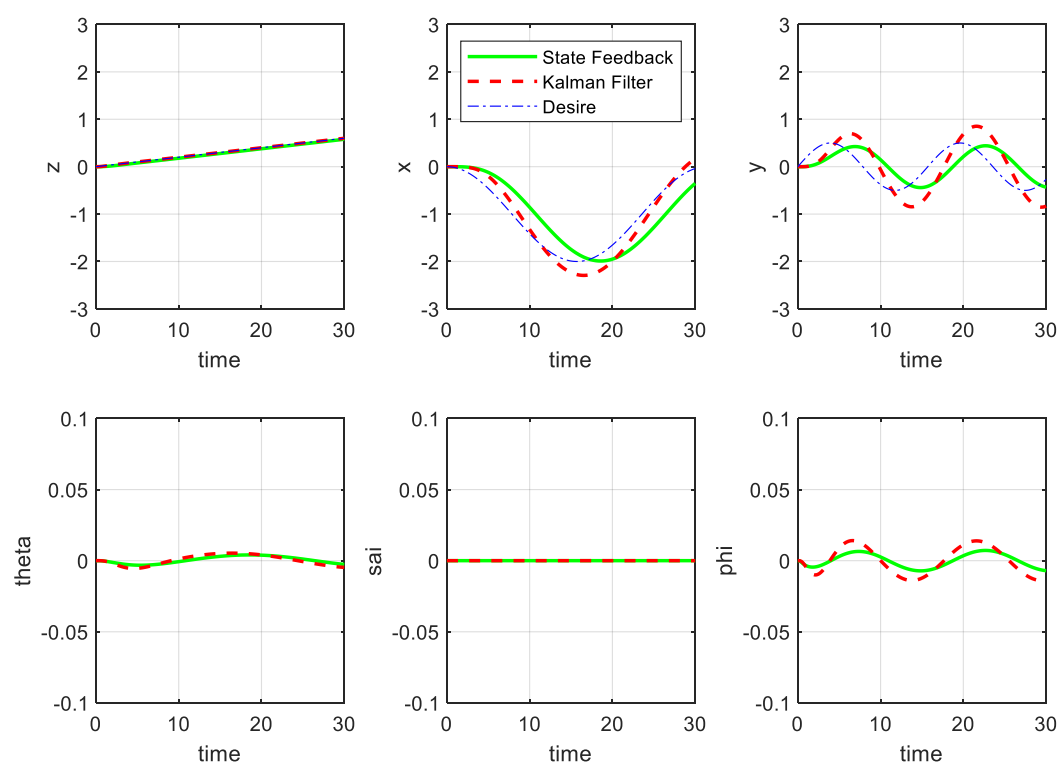
شبیه سازی برای ۶۰ ثانیه به صورت زیر می باشد.



شبیه سازی به ازای ورودی منحنی شکل

همانطور که مشاهده می شود، کوادکوپتر سعی در حرکت بر روی مسیر منحنی را داشته است، و کنترل کننده فیدبک حالت به خوبی جوابگو بوده است.

نمودار مربوط به سنسورها را می توان در شکل زیر مشاهده کرد.



مقادیر سنسورها در حرکت بر روی مسیر منحنی شکل